

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Пирназаров Фуломжон Фрхадович
 Научный руководитель, (ТГТрУ)

Жўрақулова Фарангиз Садриддин қизи
 Студент, (ТГТрУ)

Колебательное движение материальной точки происходит при условии: наличия **восстанавливающей силы, стремящейся вернуть точку в положение равновесия** при любом отклонении ее из этого положения. **Сила упругости пружины** – пример линейной восстанавливающей силы. Направлена всегда к положению равновесия, величина прямо пропорциональна линейному удлинению (укорочению) пружины, равному отклонению тела от положения равновесия:

c – коэффициент жесткости пружины, численно равный силе, под действием которой пружина изменяет свою длину на единицу, измеряется в Н/м в системе СИ.

Наряду с восстанавливающей силой действует периодически изменяющаяся сила, называемая возмущающей силой.

Возмущающая сила может иметь различную природу. Например, в частном случае инерционное воздействие неуравновешенной массы m_1 вращающегося ротора вызывает гармонически изменяющиеся проекции силы:

Возмущающая сила может иметь различную природу. Например, в частном случае инерционное воздействие неуравновешенной массы m_1 вращающегося ротора вызывает гармонически изменяющиеся проекции силы.

В статье рассматриваются вынужденные колебания системы грузов D и E (рис.1). Считается, что сила сопротивления движению R измеряется в Н, скорость движения v — в м/с, а величина ξ — в см.

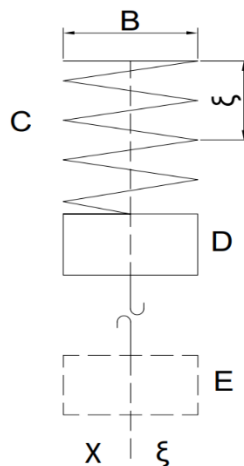


Рис. 1. Расчетная схема

Требуется найти уравнение движения системы грузов D и E массами m_D и m_E , отнеся их движение к оси x ; начало отсчета совместить с положением покоя системы грузов D и E (при статической деформации пружин). Стержень, соединяющий грузы, считать невесомым и недеформируемым.

Одновременно с подвешиванием к грузу D ($m_D = 1,6$ кг), висящему на пружине, коэффициент жесткости которой $c = 4$ Н/с, груза E ($m_E = 2,4$ кг) точка B (верхний конец пружины) начинает совершать движение по закону $\zeta = 2\sin 5t$ (ось ζ направлена вертикально вниз).

Будем считать во время движения D и E одним телом с общей массой $m = m_0 + m_E = 1,6 + 2,4 = 4$ кг. На систему этих тел действует общие силы тяжести $G = mg$ и сила упругости пружины F , которая складывается из сил, пропорциональных растяжению (или сжиманию) пружины в каждый момент времени.

$$F = C(f_{\text{ст}} + x - \xi)$$

где $f_{\text{ст}}$ – статическое растяжение пружины под действием силы тяжести грузов D и E вместе в состоянии покоя. X – деформация пружины без учёта $f_{\text{ст}}$ во время колебательного движения, ξ – перемещение точки B от действия возмущающей силы.

$$C f_{\text{ст}} = mg \quad f_{\text{ст}} = \frac{mg}{C} = \frac{4 \cdot 9,8}{400} = 0,098$$

(из условия статического равновесия, которое принимается за начало отсчета, находим: $\sum X_i = 0 : G - F = 0 \quad G = F$)

Предполагая колебания достаточно малым составим дифференциальное уравнение движения пружины с грузами:

$$m\ddot{x} = G - P$$

Подставляя выражения для каждой силы, получим:

$$m\ddot{x} = mg - c(f_{\text{ст}} + x - \xi)$$

$$m\ddot{x} = mg - cf_{\text{ст}} + cx - c\xi$$

Раскрыв скобки и учитывая равенство силы тяжести и силы упругости в положении статического равновесия, получим:

$$m\ddot{x} = cx - c\xi$$

Перенеся слагаемое cx за знак равенства получим линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее вынужденные колебания материальной точки:

$$m\ddot{x} + cx = c\xi$$

Подставив числовые значения величин и разделив обе части уравнения на массу m , получим:

$$4\ddot{x} + 400x = 400 \cdot 2 \sin 5t$$

$$4\ddot{x} + 400x = 800 \sin 5t$$

$$\ddot{x} + 100x = 200 \sin 5t$$

Как известно из теории дифференциальных уравнений, общее решение неоднородного дифференциального уравнения равно сумме общего решения соответствующего однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения.

$$x = x + x^*$$

Общее решение однородного уравнения имеет вид:

$$x = C_1 \cos 10t + C_2 \sin 10t,$$

где характеристическое уравнение имеет вид:

$$K^2 + 100 = 0 \quad K_{1,2} = \pm 10i$$

Частное решение неоднородного уравнения x^* выбирается по виду левой части уравнения:

$$x^* = A \sin 5t$$

Постоянная A определяется путем непосредственной подстановки частного решения x^* в дифференциальное уравнение.

$$(x^*)' = 5A \cos 5t \quad (x^*)'' = -25A \sin 5t$$

$$-25A \sin 5t + 100A \sin 5t = 200 \sin 5t$$

$$75A = 200 \quad A = \frac{200}{75} = 2 \frac{50}{75} = 2 \frac{2}{3}$$

Постоянные C_1 и C_2 , входящие в общее решение, определяются из начальных условий, которые составлены для положения статического равновесия:

$$\text{При } t=0 \quad X_0 = -f_{\text{CTD}} \quad f_{\text{CTD}} = \frac{mDg}{c} = \frac{1,6 \cdot 9,8}{400} = 0,0392 \text{ м}$$

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения, равное сумме общего решения соответствующего однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения, имеет вид:

$$x = C_1 \cos 10t + C_2 \sin 10t + 2 \frac{2}{3} \sin 5t$$

Подставляя $t=0$ и, определяя скорость, как первую производную по времени от закона движения, получим:

$$x_0 = 0 \quad \dot{x}_0 = 0,0392$$

$$\dot{x} = -10C_1 \sin 10t + 10C_2 + \frac{40}{3} = 0$$

$$C_1 = -0,0392 \quad 10C_2 + \frac{40}{3} = 0$$

$$C_2 = -\frac{4}{3} = -1,33 \quad 2 \frac{2}{3} = 2,667$$

Подставляя найденные значения постоянных C_1 и C_2 в общее решение, найдем закон вынужденных колебаний материальной точки.

$$x = -0,392 \cos 10t - 1,33 \sin 10t + 2,667 \cdot \sin 5t$$

В этом решении $k=10$ является частотой свободных колебаний, а $p=5$ является частотой вынужденных колебаний:

$$x = -0,392 \cos kt - 1,33 \sin kt + 2,667 \cdot \sin pt$$

Заданная система совершает вынужденные колебания с частотой, равной частоте вынуждающей силы.

Если резко возрастает амплитуда вынужденных колебаний при приближении частоты внешней силы, действующей на колебательную систему, к частоте собственных колебаний системы ($\kappa=p$), то происходит явление резонанса.

С явлением резонанса приходится считаться при конструировании машин и различного рода сооружений. Собственная частота колебаний этих устройств ни в коем случае не должна быть близка к частоте возможных внешних воздействий. Так, например, собственная частота вибраций корпуса корабля или крыльев самолета должна сильно отличаться от частоты колебаний, которые могут быть возбуждены вращением гребного винта или пропеллера. В противном случае возникают вибрации, которые могут вызвать катастрофу. Известны случаи, когда обрушивались мосты при прохождении по ним марширующих колонн солдат. Это происходило потому, что собственная частота колебаний моста оказывалась близкой к частоте с которой шагала колонна. Однако явление резонанса часто оказывается весьма полезным, особенно в акустике, радиотехнике и т. д.

ЛИТЕРАТУРА

1. Vasile Szolga. Theoretical mechanics. Romanina.Creat Space Independent Publishing Platform, 2010. – 465p.
2. Rojzkova E.V.,Ro'zieva N.B. Mexanika–1 dan misol va masalalar. TashTYMI, T.:2019y. – 242 bet.
3. Ro'zieva N.B.,Rojzkova E.V. Nazariy mexanika fanidan misol va masalalar.TashTYMI, T.:2019y. – 165 bet.
4. Бать М. И. , Джанелидзе Г. Ю. , Кельзон А. С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 2. Динамика.– М.: Наука, 1991.– 638 с.
5. Бутенин Н. В. , Лунц Я.Л. , Меркин Д.Р. Курс теоретической механики.– СПб.: Издательство «Лань», 1998.– 736 с.
6. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики.– М.: Высшая школа, 1995.– 416 с.
7. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ.– М.: Мир, 1982.– 236 с.
8. Pirnazarov, Gulom Farhodovich. "Symmetric Ram Migrations Style." Procedia of Social Sciences and Humanities 2 (2022): 9-11.
9. Pirnazarov, G. F., & ugli Azimjonov, X. Q. (2022). Determine the Coefficients of the System of Canonical Equations of the Displacement Method and the Free Bounds, Solve the System. Kresna Social Science and Humanities Research, 4, 9-13.
10. Pirnazarov, G. F. (2022). TUTASH BALKA KO'CHISHLAR USULI. BARQARORLIK VA YETAKCHI TADQIQOTLAR ONLAYN ILMIY JURNALI, 34-39.
11. Pirnazarov, G. F. (2022). STATIK NOANIQ TIZIMLARNI HISOBLASHDA MATRITSA SHAKLI. BARQARORLIK VA YETAKCHI TADQIQOTLAR ONLAYN ILMIY JURNALI, 29-33.
12. Pirnazarov, G. F. (2022). TUTASH BALKALARNI KO'CHISHLAR USULI BILAN QO'ZG'ALMAS YUK TA'SIRIGA HISOBLASH. BARQARORLIK VA YETAKCHI TADQIQOTLAR ONLAYN ILMIY JURNALI, 18-22.
13. Pirnazarov, G. F. (2022). RAMALARNI ARALASH VA KOMBINATSIYALASHGAN USULLAR BILAN HISOBLASH. BARQARORLIK VA YETAKCHI TADQIQOTLAR ONLAYN ILMIY JURNALI, 23-28.

14. Pirnazarov, G. F. (2022). RAMALARNI ARALASH VA KOMBINATSIYALASHGAN USULLAR BILAN HISOBLASH. BARQARORLIK VA YETAKCHI TADQIQOTLAR ONLAYN ILMIY JURNALI, 23-28.
15. Khudjaev, M., Rizaev, A., Pirnazarov, G., & Khojikulov, S. (2022). Modeling the dynamics of a wedge pair under the action of a constant force. *Transportation Research Procedia*, 63, 458-464.
16. Pirnazarov, G., Khudjaev, M., Khojikulov, S., & Xojakhmatov, S. (2022). Specific methodological aspects of designing railroads protection. *Transportation research procedia*, 63, 449-457.
17. Фарходович, П. Ф. (2023, January). Вант Билан Кучайтирилган Шарнирсиз Арка. In " ONLINE-CONFERENCES" PLATFORM (pp. 16-19).
18. Пирназаров, Г. Ф., & угли Озоджонов, Ж. Т. (2022). НО КОНСЕРВАТИВ КУЧЛАР БИЛАН ЮКЛАНГАНДА СТЕРЖЕНЛАРНИНГ БАРҚАРОРЛИГИ ҲАҚИДА. *AGROBIOTEKNOLOGIYA VA VETERINARIYA TIBBIYOTI ILMIY JURNALI*, 2, 7-12.
19. Pirnazarov, G. N. (2022). Philosophical And Pedagogical Documents of Legal Culture Development at Young People. *Eurasian Journal of Humanities and Social Sciences*, 9, 32-35.
20. Babakhanova, N. U. (2019). FEATURES OF ACCOUNTING IN RAILWAY TRANSPORT AND ITS PRIORITIES FOR ITS DEVELOPMENT. In *WORLD SCIENCE: PROBLEMS AND INNOVATIONS* (pp. 33-35).
21. Odilbekovich, S. K., Bekmuratovich, E. A., & Islamovna, M. F. (2023). Requirements for a Railway Operation Specialist on Traffic Safety Issues. *Pioneer: Journal of Advanced Research and Scientific Progress*, 2(3), 98-101.
22. Халимова, Ш. Р., Мамурова Ф. Я. (2023). Изометрическое и диметрическое представление окружностей и прямоугольников. *Miasto Przyszłości*, 33, 128-134.
23. Odilbekovich, S. K. (2023). Optimization of the Ballast Layer on Loaded Freight Cars and High-Speed Lines. *Nexus: Journal of Advances Studies of Engineering Science*, 2(3), 92-98.
24. Mamurova, F., & Yuldashev, J. (2020). METHODS OF FORMING STUDENTS'INTELLECTUAL CAPACITY. *Экономика и социум*, (4), 66-68.
25. Islomovna, M. F., Islom, M., & Absolomovich, K. X. (2023). Projections of a Straight Line, the Actual Size of the Segment and the Angles of its Inclination to the Planes of Projections. *Miasto Przyszłości*, 31, 140-143.
26. Mamurova, F. I. (2022, December). IMPROVING THE PROFESSIONAL COMPETENCE OF FUTURE ENGINEERS AND BUILDERS. In *INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE" INNOVATIVE TRENDS IN SCIENCE, PRACTICE AND EDUCATION"* (Vol. 1, No. 4, pp. 97-101).
27. Islomovna, M. F. (2022). Success in Mastering the Subjects of Future Professional Competence. *EUROPEAN JOURNAL OF INNOVATION IN NONFORMAL EDUCATION*, 2(5), 224-226.
28. Shaumarov, S., Kandakhorov, S., & Mamurova, F. (2022, June). Optimization of the effect of absolute humidity on the thermal properties of non-autoclaved aerated concrete based on industrial waste. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2432, No. 1, p. 030086). AIP Publishing LLC.
29. Pirnazarov, G. F., Mamurova, F. I., & Mamurova, D. I. (2022). Calculation of Flat Ram by the Method of Displacement. *EUROPEAN JOURNAL OF INNOVATION IN NONFORMAL EDUCATION*, 2(4), 35-39.

30. Mamurova, F. I. (2021). The Concept of Education in the Training of Future Engineers. *International Journal on Orange Technologies*, 3(3), 140-142.
31. Islomovna, M. F. (2023). Methods of Fastening the Elements of the Node. *EUROPEAN JOURNAL OF INNOVATION IN NONFORMAL EDUCATION*, 3(3), 40-44.
32. Islomovna, M. F. (2023). Engineering Computer Graphics Drawing Up and Reading Plot Drawings. *New Scientific Trends and Challenges*, 120-122.
33. Khodjayeva, N., & Sodikov, S. (2023). Methods and Advantages of Using Cloud Technologies in Practical Lessons. *Pioneer: Journal of Advanced Research and Scientific Progress*, 2(3), 77-82.
34. Khusnidinova N. A. Development of Creative Competence of Students in the Process of Teaching Drawing Geometry // *New Scientific Trends and Challenges*. – 2023. – C. 67-68.